Devoir n°1

A remettre le samedi 8 avril 2006

***Nota** : Il vous est conseillé de préparer ce devoir **individuellement** puis de le travailler en binôme et de ne remettre qu'une copie portant les 2 noms. Même si vous n'avez pas pu terminer un exercice remettez votre travail, cela permettra de détecter la raison de votre blocage. Un corrigé ne sera remis qu'à ceux dont la copie montre un travail suffisant. Les copies seront rendues avec des appréciations mais sans notes. Il est enfin rappelé qu'il sera tenu compte à l'examen final des devoirs remis.*

1. Séries et transformées de Fourier

1-1- Série de Fourier : un onduleur

Un onduleur est un système permettant de convertir une tension continue (E) en une tension alternative (u(t)). Le schéma de principe est donné par la Figure 1.

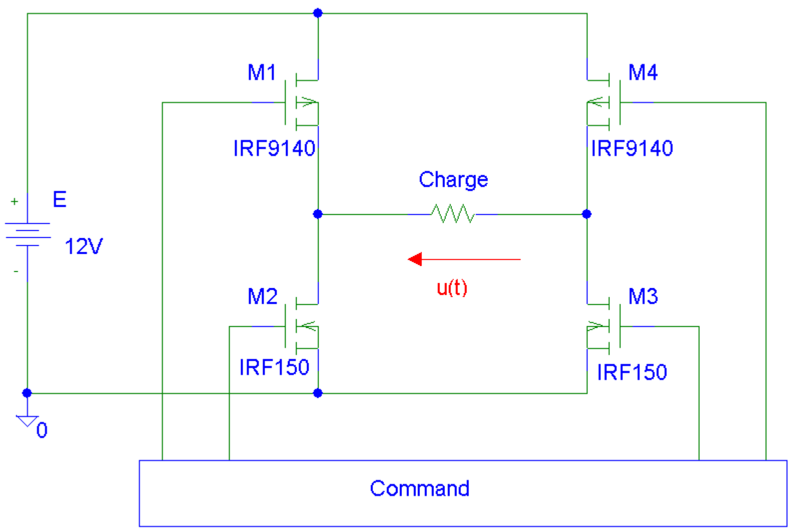


Figure 1 : onduleur (principe)

Les transistors MOS M1 à M4 sont considérés comme des interrupteurs parfaits. Ils sont commandés par le carte de "Commande" à une fréquence F = 1/T, suivant le chronogramme de la Figure 2

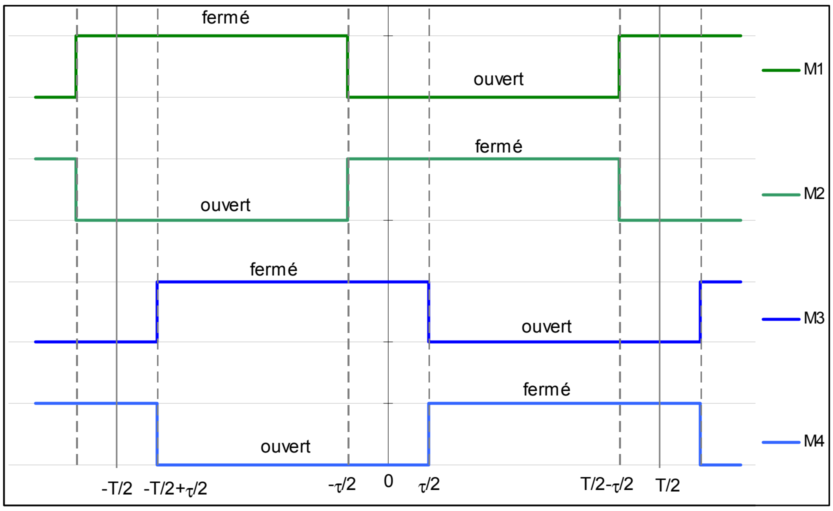


Figure 2 : chronogrammes de commande de l'onduleur

A. Tracer u(t).
B. Noter les propriétés mathématiques de cette courbe (période, amplitude, symétrie…).
C. Calculer la série de Fourier de u(t), avec $\omega = 2\pi F$.
D. Tracer le module et la phase du spectre du signal u(t).
E. Calculer τ en fonction de T pour que l'harmonique 3 soit nul.
F. Calculer le taux de distorsion de u(t), pour $\tau = 0$ $\tau/T = 0{,}128$ et $\tau/T = 1/6$.

Devoir n°1

1-2- Transformée de Fourier

1-2-1. Propriétés :

Soit y(t) un signal déterministe, et Y(ω) = TF[y(t)] sa transformée de Fourier.

A. Monter que $y_{(t)} = \dfrac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} Y_{(\omega)} \cdot e^{j\omega t} d\omega$ avec ω = 2 π F.

1-2-2. Démonstration :

Soit deux fonctions x(t) et y(t), toutes deux de carré intégrable, et leurs transformées de Fourier X(f) et Y(f).

A. Monter en utilisant les propriétés de la transformée de Fourier que :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x_{(t)} \cdot y^*{}_{(t)} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} X_{(f)} \cdot Y^*{}_{(f)} df$$

Rappel : $y^*{}_{(t)}$ et le complexe conjugué de y(t).

B. En posant y(t) = x(t), monter que l'on obtient le théorème de Parseval dans le cas des signaux à énergie finie.

2. Produit de convolution

Soit $s_{(t)} = e_{(t)} * h_{(t)}$, le produit de convolution des deux signaux $e_{(t)}$ et $h_{(t)}$.

Rappel : $s_{(t)} = e_{(t)} * h_{(t)} = \int_{-\infty}^{\infty} e_{(\theta)} \cdot h_{(t-\theta)} d\theta$

$s_{(t)} = e_{(t)} * h_{(t)} = h_{(t)} * e_{(t)}$

$\left(e_{1(t)} + e_{2(t)}\right) * h_{(t)} = e_{1(t)} * h_{(t)} + e_{2(t)} * h_{(t)}$

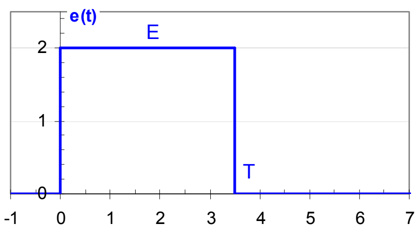
$\left(e_{(t)} * h_{1(t)}\right) * h_{2(t)} = e_{(t)} * \left(h_{1(t)} * h_{2(t)}\right)$

A. Calculer le produit de convolution $s_{(t)}$ dans le cas des signaux $e_{(t)}$ et $h_{(t)}$ définis ci-dessous (Figure 3).

B. Représenter graphiquement $s_{(t)}$ pour E=2, T=3,5 et τ=1.

C. Le signal $s_{(t)}$ est-il causal ?

$e_{(t)} = 0$	pour t < 0	$h_{(t)} = 0$	pour t < 0
$e_{(t)} = E$	pour t ∈ [0..T]	$h_{(t)} = e^{-\tau t}$	pour t >0
$e_{(t)} = 0$	pour t > T		



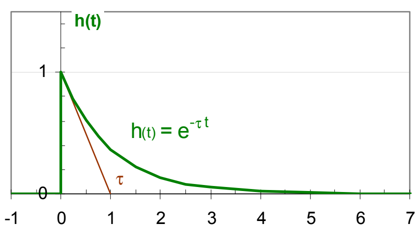


Figure 3 : signaux e(t) et h(t)