

Conseils :

- Les questions des chapitres 1, 2 et 3 sont **indépendantes**.
- **Bien lire l'ensemble du sujet avant de commencer** à répondre
- Reprendre la numérotation des questions et encadrer vos résultats
- En fin de devoir, **numéroter vos copies** (1/n à n/n, avec n : nombre de copies)

**1. QUESTIONS DE COURS (QCM)**

(20 POINTS)

Noter sur votre copie, le n° de la question, et la ou les lettres correspondant aux réponses attendues. Il y a très peu de calculs à faire.

**1.1 Trouver l'erreur**

- a. Un signal d'énergie finie a une puissance nulle.
- b. Un signal causal a une puissance finie.
- c. La puissance d'un signal périodique se calcule sur une période
- d. Si  $X(f)$  est la transformée de Fourier du signal  $x(t)$ , la puissance du signal  $x(t)$  est égale à la puissance du signal  $X(f)$ .

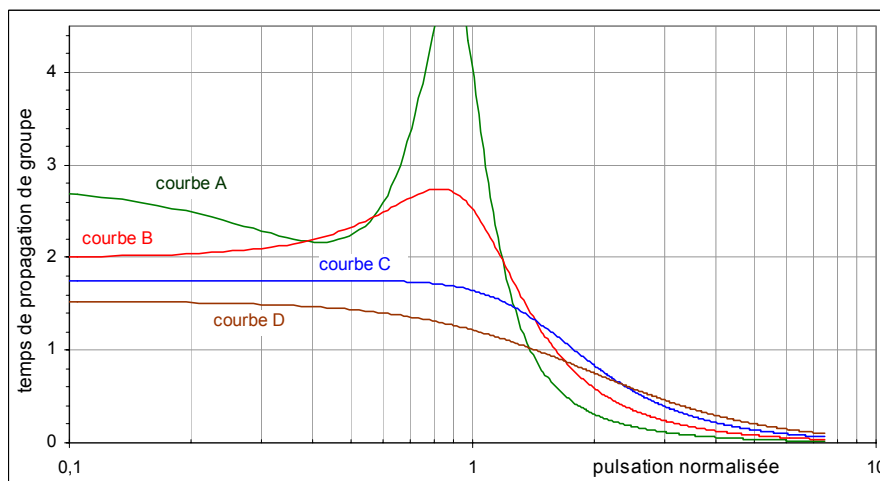
**1.2 Quel signal  $x(t)$  a pour transformée de Fourier  $X(f)$  avec :**

$$X(f) = A \cdot e^{-j2\pi f t_0} \quad \text{pour } |f| \leq f_c$$

$$X(f) = 0 \quad \text{pour } |f| > f_c$$

- a.  $x(t) = A \cdot e^{-t/t_0}$
- b.  $x(t) = A \cdot \frac{1}{1 + j \frac{t}{t_0}}$
- c.  $x(t) = 2A \cdot f_c \cdot \frac{\sin(2\pi f_c (t - t_0))}{2\pi f_c (t - t_0)}$
- d.  $x(t) = \frac{2\pi f_c \cdot e^{-2\pi f_c t_0 t}}{\sqrt{t_0^2 - 1}} \sinh(2\pi f_c \sqrt{t_0^2 - 1} \cdot t)$

**1.3 Quelle courbe (Figure 1) correspond au filtre passe bas de type Bessel ?**



- a. Courbe A
- b. Courbe B
- c. Courbe C
- d. Courbe D

Figure 1 : temps de propagation de groupe de 4 filtres passe bas du 3<sup>ème</sup> ordre.

**1.4 Trouver les erreurs**

- Un filtre est stable si sa fréquence de coupure est au moins deux fois supérieure à la plus haute des fréquences du signal.
- Un filtre de Cauer n'est pas stable car il y a de l'ondulation dans la bande atténuée.
- Un filtre est stable si le degré du polynôme du dénominateur de la fonction de transfert est supérieur au degré du polynôme du numérateur.
- Un filtre est stable si toutes les racines du dénominateur de la fonction de transfert sont à parties réelles négatives.

**1.5 Trouver l'erreur**

- Un filtre passe bas de type Butterworth a ses pôles situés sur un cercle centré sur l'origine.
- Les filtres passe bas de type Bessel et Chebchev (de même ordre) ont des pentes identiques aux hautes fréquences.
- Les filtres de Cauer (elliptique) et de Chebychev inverse (Chebychev type II) ont de l'ondulation dans la bande atténuée.
- Un filtre de type Bessel est toujours d'ordre impair.

**1.6 Quel type de filtre donne l'ordre le plus faible pour répondre à un même gabarit ?**

- Filtre de type Butterworth.
- Filtre à variable d'état à phase linéaire.
- Filtre rejecteur (coupe bande).
- Filtre de type Chebychev passif.
- Filtre à amortissement critique actif.

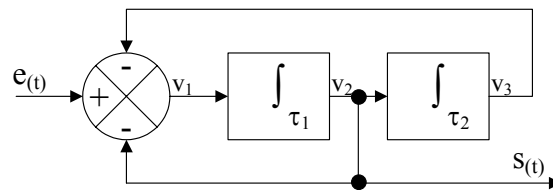
**1.7 Quelle est la fonction de transfert  $T_{(p)}$  (notation de Laplace) du filtre, dont la réponse à un échelon d'amplitude  $\alpha$  donne  $S_{(p)} = \frac{\alpha}{1+2p+p^2}$  ?**

- $T_{(p)} = \frac{p}{(p+1)^2}$
- $T_{(p)} = \frac{1+2p+p^2}{\alpha}$
- $T_{(p)} = \frac{1}{p(p^2+2p+1)}$
- $T_{(p)} = \frac{p^\alpha}{(p+1)^{2\alpha}}$
- $T_{(p)} = \frac{1}{(p+1)^\alpha}$

**1.8 Quelles affirmations correspondent à  $e_{(t)} = \int_{-\infty}^{+\infty} h_{(t-\theta)} \cdot s_{(\theta)} d\theta$  ?**

- $e_{(t)}$  est la corrélation du signal  $h_{(t)}$  par le signal  $s_{(t)}$ .
- $e_{(t)}$  est le signal de sortie d'un Système Linéaire Invariant dans le Temps (SLIT), ayant  $s_{(t)}$  comme réponse impulsionnelle et  $h_{(t)}$  comme signal d'entrée.
- $e_{(t)}$  est le signal de sortie d'un SLIT, ayant  $h_{(t)}$  comme réponse indicielle et  $s_{(t)}$  comme signal d'entrée.
- $e_{(t)}$  est le signal d'entrée d'un SLIT, ayant  $h_{(t)}$  comme réponse impulsionnelle et  $s_{(t)}$  comme signal de sortie.
- $e_{(t)}$  est le produit de convolution du signal  $h_{(t)}$  par le signal  $s_{(t)}$ .

**1.9 Quelle est la fonction réalisée par le filtre ?**



- Filtre passe tout.
- Filtre passe bas du premier ordre.
- Filtre passe bande.
- Filtre elliptique.
- Filtre passe haut du deuxième ordre.

**1.10 Un signal aléatoire stationnaire au sens large :**

- est périodique.
- a une moyenne constante dans le temps.
- a pour transformée de Fourier un spectre de raies.
- a son auto-corrélation indépendante du temps.

**1.11 L'expression  $\lim_{p \rightarrow 0} p \cdot F_{(p)} = \lim_{t \rightarrow +\infty} f_{(t)}$  définie :**

- L'égalité de Schwartz.
- Le théorème de Parseval.
- Le théorème de la valeur finale.
- Le théorème de la valeur initiale.
- Le théorème centrale limite.

**1.12 L'expression  $E(x^k) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^k \cdot p_{(x)} dx$  avec x variable aléatoire et  $p_{(x)}$  densité de probabilité, définie :**

- La moyenne quadratique.
- L'intercorrélation de x et de k.
- Le moment d'ordre k.
- L'écart type de x.

### 1.13 Quelle structure permet de faire le convertisseur analogique numérique le plus rapide ?

- Approximation successive.
- Pipeline.
- Double rampe.
- Sigma-Delta.
- Simple rampe.
- Réseau R-2R.

### 1.14 La largeur spectrale d'un signal modulé en amplitude est donnée par :

- $F_p + F_m$ .
  - $F_p - F_m$ .
  - $2 \cdot F_m$ .
  - $2 \cdot F_p$ .
  - $2 \cdot (\Delta F + F_m)$ .
  - $\frac{F_p + F_m}{2}$ .
- Avec  $F_p$  : fréquence de la porteuse.  
 $F_m$  : fréquence du signal modulant.  
 $\Delta F$  : excursion de la fréquence.

### 1.15 Le taux de modulation en amplitude est donné par :

- $\frac{\sqrt{S_o^2 + S_m^2}}{S_p}$ .
  - $\frac{F_m}{F_p}$ .
  - $\frac{S_m}{S_o}$ .
  - $\frac{S_o - S_m}{S_p}$ .
- Avec  $S_p$  : amplitude de la porteuse.  
 $S_m$  : amplitude du signal modulant.  
 $S_o$  : amplitude de la composante continue du signal modulant

### 1.16 Trouver l'erreur :

La modulation d'amplitude à bande latérale unique (BLU) est intéressante car :

- Elle offre une meilleure qualité.
- Elle occupe une largeur spectrale plus faible.
- La porteuse n'est pas transmise.
- Elle offre un meilleur rendement.

**1.17 Quelle est la fonction de transfert d'un filtre passe tout du 1<sup>er</sup> ordre ?**

- a.  $H_{(j\omega)} = \frac{1 + jRC\omega}{1 - jRC\omega}$
- b.  $H_{(p)} = \frac{1 - RCp}{1 + RCp}$
- c.  $H_{(j\omega)} = \frac{1 + 2mjRC\omega - (RC\omega)^2}{1 - 2mjRC\omega + (jRC\omega)^2}$
- d.  $H_{(p)} = \frac{1 - 2mRCp + (RCp)^2}{1 + 2mRCp + (RCp)^2}$

**1.18 Quelle est le rapport signal sur bruit (SNR) maximal d'un convertisseur analogique numérique sans sur-échantillonnage ?**

- a.  $SNR_{(dB)} = 20 \cdot \log \frac{V_{ref}}{V_{in}}$ . Avec n : nombre de bits du convertisseur.  
V<sub>ref</sub> : tension de référence du convertisseur.  
V<sub>in</sub> : amplitude crête du signal d'entrée.
- b.  $SNR_{(dB)} = 6,02 \cdot n + 1,76$ .
- c.  $SNR_{(dB)} = 20 \cdot \log \frac{V_{ref}}{2^n}$ .
- d.  $SNR_{(dB)} = 20 \cdot \log \frac{V_{ref}}{2^{n-1}}$ .

**1.19 Trouver l'erreur :**

En modulation de fréquence :

- a. La largeur spectrale est donnée par la relation de Carson.
- b. L'indice de modulation  $\beta$  est donnée par  $\frac{\Delta\omega}{\omega_m}$
- c. La modulation de fréquence à faible indice de modulation ( $\beta \ll 1$ ) est identique à la modulation d'amplitude.
- d. Le rapport signal sur bruit est généralement meilleur qu'en modulation d'amplitude.

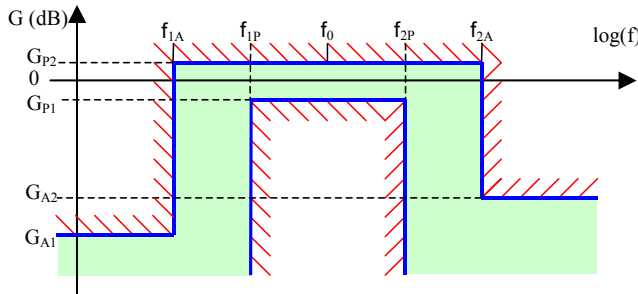
**1.20 Quelle est l'amplitude du quantum (LSB) pour un convertisseur analogique numérique de 24 bits bipolaire, de type Sigma-Delta du quatrième ordre, avec une référence de tension de 3 volts ?**

- a.  $1,788139 \cdot 10^{-7}$  volt
- b. 125 mV
- c. 357,6 nV
- d. 16 777 216 V
- e. 0,059605  $\mu$ V

**2. EXERCICE 1 : FILTRAGE**

(20 POINTS)

On souhaite réaliser un filtre passif de type passe bande à placer en entrée d'un récepteur FM. Le gabarit de ce filtre est donné par la Figure 2.



Avec :

- $F_{1A} = 44 \text{ MHz}$
- $F_{1P} = 88 \text{ MHz}$
- $F_{2P} = 108 \text{ MHz}$
- $F_{2A} = 180 \text{ MHz}$
- $G_{P2} = +0,5 \text{ dB}$
- $G_{P1} = -0,5 \text{ dB}$
- $G_{A2} = -30 \text{ dB}$
- $G_{A1} = -55 \text{ dB}$

Figure 2 : gabarit du filtre passe bande

**2.1 Transformation Passe bande en Passe bas**

(8 points)

Effectuer en les explicitant les différentes étapes permettant de se ramener au(x) gabarit(s) du filtre passe bas normalisé (Figure 3), tout en faisant attention à la dissymétrie du gain dans la bande atténuée.

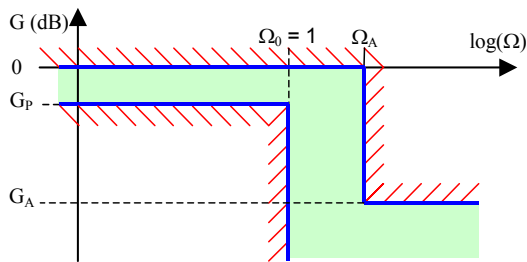


Figure 3 : gabarit passe bas normalisé

**2.2 Réalisation**

(12 points)

Le choix de la fonction d'approximation doit être fait dans le respect du gabarit et avoir l'ordre le plus faible.

L'impédance de la source (côté antenne) est équivalente à une résistance R de 50 Ω.

En Annexes, il est rappelé la structure générale des filtres passifs passe bas ainsi que les différentes fonctions d'approximations.

- 2.2.1 Donner la fonction d'approximation retenue et calculer l'ordre du filtre (justifier votre choix).
- 2.2.2 Dessiner le filtre passe bas normalisé avec la valeur de chaque composant.
- 2.2.3 Dessiner le filtre final (passe bande) avec la valeur de chaque composant.
- 2.2.4 Tracer l'allure du module et de la phase de la fonction de transfert du filtre ainsi réalisé.
- 2.2.5 S'agissant d'un filtre passif, le gain  $G_{P1}$  est-il bien respecté ?  
Si oui, comment; si non, pourquoi.

**3. EXERCICE 2 : MODULATION**

(20 POINTS)

Les exercices 3.1 et 3.2 abordent de façon **indépendante** la modulation d'amplitude et de fréquence.**3.1 La modulation d'amplitude**

(12 points)

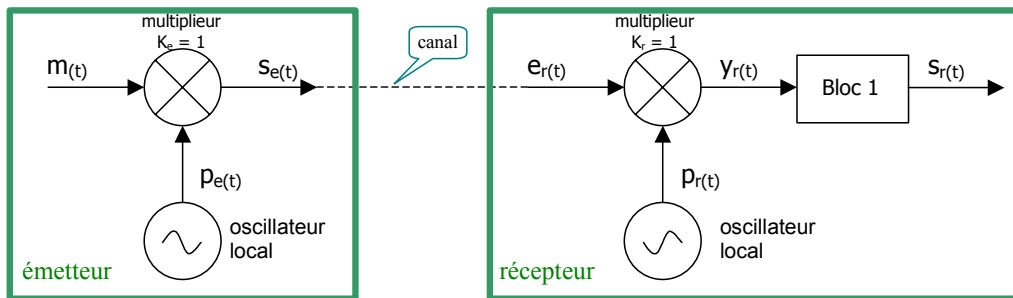


Figure 4 : modulateur et démodulateur

Signal modulant :  $m(t) = M_0 + M \cos(\omega_m t)$ Oscillateur local de l'émetteur :  $p_e(t) = \cos(\omega_p t)$ Oscillateur local du récepteur :  $p_r(t) = \cos(\omega_{pr} t + \phi_r)$ **3.1.1 Modulation d'amplitude sans porteuse (DSB-SC)**Ecrire l'expression de  $s_e(t)$ .Quelle propriété doit présenter le signal modulant ( $m(t)$ ) afin d'avoir en sortie de l'émetteur un signal modulé ( $s_e(t)$ ) sans porteuse.**3.1.2 Démodulation synchrone**Le canal de transmission est considéré parfait ( $s_e(t) = e_r(t)$ ), et la modulation est sans porteuse.

- Calculer  $y_r(t)$ .
- Dans le cas  $\omega_{pr} = \omega_p$  et  $\phi_r = 0$ , définir la fonction du bloc 1 pour avoir  $m(t) = s_r(t)$  (fonction de transfert, schéma...).

**3.1.3 Influence des erreurs sur la démodulation**

- Lorsque  $\omega_{pr} = \omega_p$ , montrer l'incidence de l'erreur de phase  $\phi_r$  sur la démodulation synchrone, pour différentes valeurs de  $\phi_r$  et lorsque  $\phi_r$  varie dans le temps ( $\phi_r(t)$ ).
- La modulation d'amplitude avec porteuse résout-elle cet inconvénient ?
- Lorsque  $\phi_r = 0$ , montrer l'incidence d'une petite erreur  $\Delta\omega$  sur la pulsation de l'oscillateur local du récepteur ( $\omega_{pr} = \omega_p \pm \Delta\omega$ ).
- Proposer une solution permettant de faire un démodulateur synchrone.

## 3.2 La modulation de fréquence

(8 points)

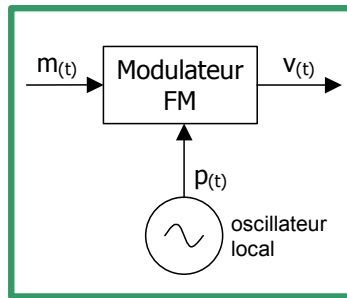


Figure 5 : modulateur de fréquence

Le signal  $v_{(t)}$  est un signal modulé en fréquence par un signal sinusoïdale  $m_{(t)}$ .

$$v_{(t)} = 17 \cdot \cos(2\pi \times 103,7 \cdot 10^6 \times t + 5 \cdot \sin(3554,3 \cdot t))$$

- Donner l'amplitude ( $V_0$ ) du signal  $v_{(t)}$  et l'amplitude ( $P_0$ ) de la porteuse  $p_{(t)}$ .
- Donner la fréquence ( $f_p$ ) de la porteuse  $p_{(t)}$ .
- Donner la fréquence ( $f_m$ ) du signal modulant  $m_{(t)}$ .
- Donner l'indice de modulation :  $\beta$
- Donner l'excursion en fréquence :  $\Delta f$
- Donner la largeur du spectre ( $B_v$ ) de  $v_{(t)}$ .
- Monter que pour une constante d'intégration  $k = 4000 \text{ Hz.V}^{-1}$ , le signal modulant  $m_{(t)}$  peut

s'écrire sous la forme suivante :  $m_{(t)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos(2\pi \cdot f_m \cdot t)$



ANNEXES

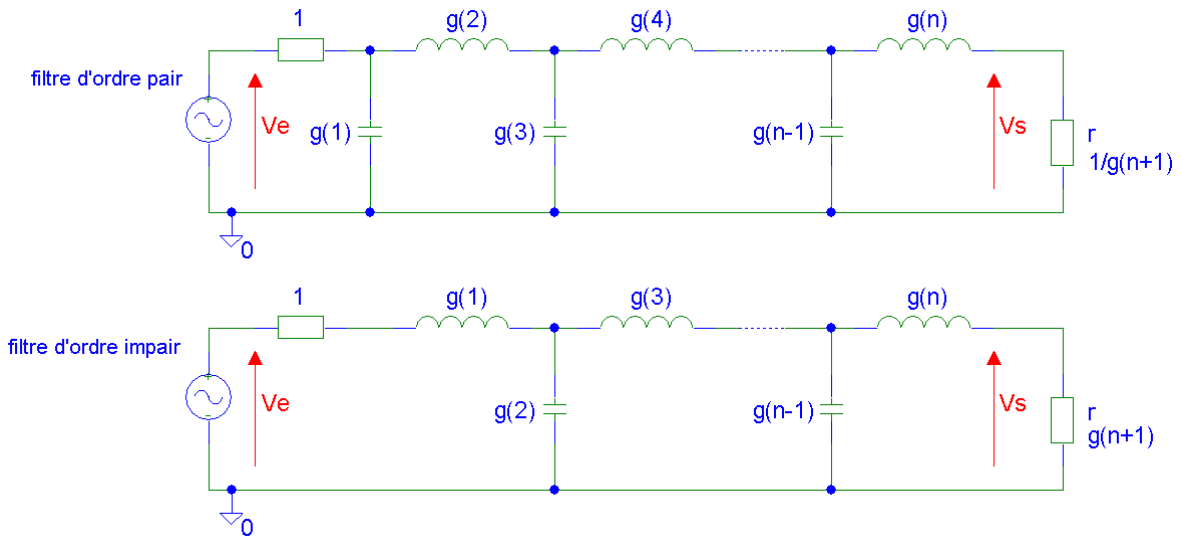


Figure 6 : filtres passifs normalisés

Polynôme d'approximation de **Butterworth**

$$|H_{(j\Omega)}|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 \cdot \Omega^{2n}}$$

$\varepsilon$  : amplitude de l'ondulation dans la bande passante.

$\Omega$  : pulsation normalisée.

$n$  : ordre du filtre.

$$\varepsilon^2 = 10^{\frac{-G_p}{10}} - 1$$

si  $\varepsilon \neq 1$  ( $G_p \neq -3$  dB), il faut faire le changement de variable :  $\Omega' = \sqrt[n]{\varepsilon} \cdot \Omega$

$$n \geq \frac{\ln\left(10^{\frac{-G_A}{10}} - 1\right) - \ln\left(10^{\frac{-G_p}{10}} - 1\right)}{2 \cdot \ln \Omega_A}$$

n	g <sub>1</sub>	g <sub>2</sub>	g <sub>3</sub>	g <sub>4</sub>	g <sub>5</sub>	g <sub>6</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>8</sub>	g <sub>9</sub>	g <sub>10</sub>	g <sub>11</sub>	g <sub>12</sub>	g <sub>13</sub>
1	2	1											
2	1,414	1,414	1										
3	1	2	1	1									
4	0,7654	1,848	1,848	0,7654	1								
5	0,618	1,618	2	1,618	0,618	1							
6	0,5176	1,414	1,932	1,932	1,414	0,5176	1						
7	0,445	1,247	1,802	2	1,802	1,247	0,445	1					
8	0,3902	1,111	1,663	1,962	1,962	1,663	1,111	0,3902	1				
9	0,3473	1	1,532	1,879	2	1,879	1,532	1	0,3473	1			
10	0,3129	0,908	1,414	1,782	1,975	1,975	1,782	1,414	0,908	0,3129	1		
11	0,2846	0,8308	1,3097	1,6825	1,9189	2	1,9189	1,6825	1,3097	0,8308	0,2846	1	
12	0,261	0,7653	1,2175	1,5867	1,8477	1,9828	1,9828	1,8477	1,5867	1,2175	0,7653	0,261	1

Tableau 1 : valeurs normalisées des impédances pour un filtre passif passe bas de Butterworth. Le point à  $\Omega_0 = 1$  rd/s donne une atténuation de  $-3$ dB.

Polynôme d'approximation de **Chebyshev**

pour  $\Omega \leq 1$

$$T_{n(\Omega)} = \cos(n \cdot \arccos(\Omega))$$

pour  $\Omega \geq 1$

$$T_{n(\Omega)} = \cosh(n \cdot \operatorname{arccosh}(\Omega))$$

$$|H_{(j\Omega)}|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 \cdot T_{n(\Omega)}^2}$$

$\varepsilon$  ondulation dans la bande passante.  
 $T_{n(\Omega)}^2$  carré du polynôme de Chebyshev.

$$n \geq \frac{\operatorname{arccosh} \sqrt{\frac{10^{\frac{Ga}{10}} - 1}{\varepsilon^2}}}{\operatorname{arccosh}(\Omega_a)}$$

	n	g <sub>1</sub>	g <sub>2</sub>	g <sub>3</sub>	g <sub>4</sub>	g <sub>5</sub>	g <sub>6</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>8</sub>	g <sub>9</sub>	g <sub>10</sub>	g <sub>11</sub>
Ondulation 0,1 dB	1	0,3052	1									
	2	0,843	0,622	1,3554								
	3	1,0315	1,1474	1,0315	1							
	4	1,1088	1,3061	1,7703	0,818	1,3554						
	5	1,1468	1,3712	1,975	1,3712	1,1468	1					
	6	1,1681	1,4039	2,0562	1,517	1,9029	0,8618	1,3554				
	7	1,1811	1,4228	2,0966	1,5733	2,0966	1,4228	1,1811	1			
	8	1,1897	1,4346	2,1199	1,601	2,1699	1,564	1,9444	0,8778	1,3554		
	9	1,1956	1,4425	2,1345	1,6167	2,2053	1,6167	2,1345	1,4425	1,1956	1	
	10	1,1999	1,4481	2,1444	1,6265	2,2253	1,6418	2,2046	1,5821	1,9628	0,8853	1,3554
Ondulation 0,5 dB	1	0,6986	1									
	2	1,4029	0,7071	1,9841								
	3	1,5963	1,0967	1,5963	1							
	4	1,6703	1,1926	2,3661	0,8419	1,9841						
	5	1,7058	1,2296	2,5408	1,2296	1,7058	1					
	6	1,7254	1,2479	2,6064	1,3137	2,4758	0,8696	1,9841				
	7	1,7372	1,2583	2,6381	1,3444	2,6381	1,2583	1,7372	1			
	8	1,7451	1,2647	2,6564	1,359	2,6964	1,3389	2,5093	0,8796	1,9841		
	9	1,7504	1,269	2,6678	1,3673	2,7239	1,3673	2,6678	1,269	1,7504	1	
	10	1,7543	1,2721	2,6754	1,3725	2,7392	1,3806	2,7231	1,3485	2,5239	0,8842	1,9841
Ondulation 1,0 dB	1	1,0177	1									
	2	1,8219	0,685	2,6599								
	3	2,0236	0,9941	2,0236	1							
	4	2,0991	1,0644	2,8311	0,7892	2,6599						
	5	2,1349	1,0911	3,0009	1,0911	2,1349	1					
	6	2,1546	1,1041	3,0634	1,1518	2,9367	0,8101	2,6599				
	7	2,1664	1,1116	3,0934	1,1736	3,0934	1,1116	2,1664	1			
	8	2,1744	1,1161	3,1107	1,1839	3,1488	1,1696	2,9685	0,8175	2,6599		
	9	2,1797	1,1192	3,1215	1,1897	3,1747	1,1897	3,1215	1,1192	2,1797	1	
	10	2,1836	1,1213	3,1286	1,1933	3,189	1,199	3,1738	1,1763	2,9824	0,821	2,6599
Ondulation 3,0 dB	1	1,9953	1									
	2	3,1013	0,5339	5,8095								
	3	3,3487	0,7117	3,3487	1							
	4	3,4389	0,7483	4,3471	0,592	5,8095						
	5	3,4817	0,7618	4,5381	0,7618	3,4817	1					
	6	3,5045	0,7685	4,6061	0,7929	4,4641	0,6033	5,8095				
	7	3,5182	0,7723	4,6386	0,8039	4,6386	0,7723	3,5182	1			
	8	3,5277	0,7745	4,6575	0,8089	4,699	0,8018	4,499	0,6073	5,8095		
	9	3,534	0,776	4,6692	0,8118	4,7272	0,8118	4,6692	0,776	3,534	1	
	10	3,5384	0,7771	4,6768	0,8136	4,7425	0,8164	4,726	0,8051	4,5142	0,6091	5,8095

**Tableau 2** : valeurs normalisées des impédances pour un filtre passif passe bas de Chebyshev.  
 Le dernier point à -x dB (ondulation) est obtenu pour  $\Omega_0 = 1$  rd/s.