Aide mémoire mathématique

Triangle de Pascal

$$(a+b)^0 = 1$$
$$(a+b)^1 = a+b$$
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$
$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^3$$

méthode de construction

$$(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$$

$\dots$

1						
1	1					
1	2	1				
1	3	3	1			
1	4	6	4	1		
⇓	⇓	⇓	⇓	⇓		
(1 +	4) (4 +	6) (6 + 4)	(4 + 1)	(1 +	0)	
1	= 5	= 10	=10	= 5	= 1	
⇓	⇓	⇓	⇓	⇓	⇓	
1	5	10	10	5	1	
1	6	15	20	15	6	1

La forme générale est la suivante (voir : Série entière) :

$$(x+y)^\alpha = x^\alpha + \alpha \cdot x^{\alpha-1} y + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!} x^{\alpha-2} y^2 + \dots + \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-n+1)}{n!} x^{\alpha-n} y^n + \dots = \sum_{n=0}^{\alpha} \frac{\alpha!}{(\alpha-n)!\ n!} x^{\alpha-n} y^n$$

$\Updownarrow$ C_α^1 $\qquad$ $\Updownarrow$ C_α^2 $\qquad$ $\Updownarrow$

$$C_\alpha^n = \frac{\alpha!}{n!\ (\alpha-n)\ !}$$ formule de calcul des combinaisons

Dénombrement

Permutations :	Combinaisons :	Arrangements :
$n! = 1\times 2\times 3\times \dots \times n$ opérateur factoriel	$C_n^p = \dfrac{n!}{p!\ (n-p)\ !}$ (p≤n)	$A_n^p = \dfrac{n!}{(n-p)\ !}$ (p≤n)

Trigonométrie

α	0° 0	30° $\frac{\pi}{6}$	45° $\frac{\pi}{4}$	60° $\frac{\pi}{3}$	90° $\frac{\pi}{2}$
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}\approx 0.866$	$\frac{\sqrt{2}}{2}\approx 0.707$	$\frac{1}{2}=0.5$	0
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}=0.5$	$\frac{\sqrt{2}}{2}\approx 0.707$	$\frac{\sqrt{3}}{2}\approx 0.866$	1
$\tan\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}\approx 0.577$	1	$\sqrt{3}\approx 1.732$	$+\infty$
$\cot\alpha$	$+\infty$	$\sqrt{3}\approx 1.732$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}\approx 0.577$	0

Fonction paire (symétrie suivant l'axe 0y) : $\cos(-\alpha)=\cos(\alpha)$

Fonction impaire (symétrie suivant l'origine 0) : $\sin(-\alpha)=-\sin(\alpha) \quad \tan(-\alpha)=-\tan(\alpha)$

$$\cos\alpha=\frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}=\frac{0X}{0M}$$

$$\tan\alpha=\frac{AT}{0A}=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}=\frac{0Y}{0X}=\frac{1}{\cot\alpha}$$

$$\sin\alpha=\frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}=\frac{0Y}{0M}$$

$$\cot\alpha=\frac{BC}{0A}=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=\frac{\text{côté adjacent}}{\text{côté opposé}}=\frac{0X}{0Y}=\frac{1}{\tan\alpha}$$

$$\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1$$

$$\cos(a+b)=\cos a\cdot\cos b-\sin a\cdot\sin b$$

$$\sin(a+b)=\sin a\cdot\cos b+\sin b\cdot\cos a$$

$$\tan(a+b)=\frac{\tan a+\tan b}{1-\tan a\cdot\tan b}$$

$$\cos 2a=\cos^2 a-\sin^2 a \quad =2\cos^2 a-1 \quad =1-2\sin^2 a$$

$$\sin 2a=2\sin a\cdot\cos a \quad =\frac{2\tan a}{1+\tan^2 a}$$

$$1+\tan^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha} \qquad 1+\cot^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha}$$

$$\cos(a-b)=\cos a\cdot\cos b+\sin a\cdot\sin b$$

$$\sin(a-b)=\sin a\cdot\cos b-\sin b\cdot\cos a$$

$$\tan(a-b)=\frac{\tan a-\tan b}{1+\tan a\cdot\tan b}$$

$$\cos^2 a=\frac{\cos 2a+1}{2}=\frac{1}{1+\tan^2 a}$$

$$\sin^2 a=\frac{1-\cos 2a}{2}$$

produit en somme

$$\cos a\cdot\cos b=\frac{1}{2}\big(\cos(a+b)+\cos(a-b)\big)$$

$$\sin a\cdot\cos b=\frac{1}{2}\big(\sin(a+b)+\sin(a-b)\big)$$

$$\sin a\cdot\sin b=\frac{1}{2}\big(\cos(a-b)-\cos(a+b)\big)$$

somme en produit

$$\sin p+\sin q=2\sin\frac{p+q}{2}\cdot\cos\frac{p-q}{2}$$

$$\cos p+\cos q=2\cos\frac{p+q}{2}\cdot\cos\frac{p-q}{2}$$

$$\sin p-\sin q=2\sin\frac{p-q}{2}\cdot\cos\frac{p+q}{2}$$

$$\cos p-\cos q=-2\sin\frac{p+q}{2}\cdot\sin\frac{p-q}{2}$$

$$A\cos\omega t+B\sin\omega t=C\cos(\omega t+\theta)=C\sin(\omega t+\varphi)$$

avec $C=\sqrt{A^2+B^2}$ et $\theta=-\arctan\frac{B}{A}$ ou $\varphi=\arctan\frac{A}{B}$

ou $A=C\cos\theta=C\sin\varphi$ et $B=-C\sin\theta=C\cos\varphi$

Logarithmes - Exponentielles

Base des logarithmes népérien : $e \approx 2{,}718\,281\,828\,459\,045\,235\,360\,287\,471\,352\,7$

Logarithme népérien : $\ln(e) = 1$

Logarithme de base n : $\log_n x = \dfrac{\ln x}{\ln n}$ avec $x > 0$ et $n > 0$

Logarithme décimal (base 10) : $\log_{10} x = \dfrac{\ln x}{\ln 10}$ ou $\log x = \dfrac{\ln x}{\ln 10}$

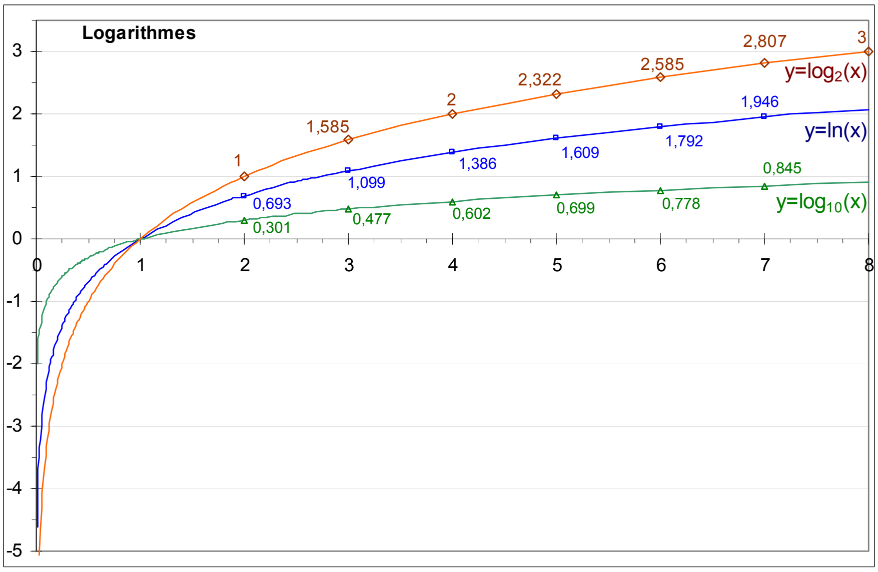
$\ln(a \times b) = \ln a + \ln b$ ou

$\log(a \times b) = \log a + \log b$

$$\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$$

$$\ln a^n = n \ln a$$

$$\ln \sqrt[n]{a} = \frac{1}{n} \ln a = \frac{\ln a}{n}$$



$$e^a \cdot e^b = e^{a+b}$$

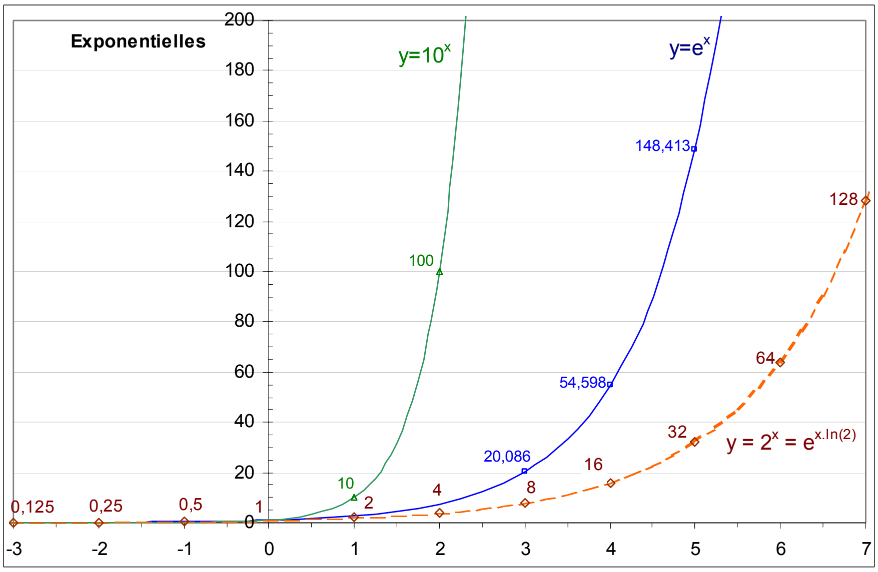
$$\frac{e^a}{e^b} = e^a \cdot e^{-b} = e^{a-b}$$

$$\left(e^a\right)^b = e^{a \cdot b}$$

$$a^n = e^{n \ln a}$$

$$2^n = e^{n \ln 2}$$

$$10^n = e^{n \ln 10}$$



Nombres complexes

La multiplication par j correspond à une rotation de 90° ou $\frac{\pi}{2}$ radians dans le plan complexe.

$$j^2 = -1$$

forme algébrique $\underline{z} = a + jb$
avec a la partie réelle et b la partie imaginaire du nombre complexe $\underline{z}$.

forme trigonométrique $\underline{z} = \rho^{\lfloor \theta \rfloor}$
avec ρ le module et θ l'argument.

Passage de la forme algébrique à trigonométrique :

$$\rho = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \text{et} \quad \tan\theta = \frac{b}{a} \quad \Rightarrow \quad \theta = \arctan\frac{b}{a} + k\pi$$

Passage de forme trigonométrique à algébrique :

$$a = \rho\cos\theta \qquad b = \rho\sin\theta$$

soit $\underline{z} = \rho\cos\theta + j\rho\sin\theta = \rho(\cos\theta + j\sin\theta)$

Deux nombres complexes : $\underline{z_1} = a + jb = \rho_1^{\lfloor \theta_1 \rfloor}$ et $\underline{z_2} = c + jd = \rho_2^{\lfloor \theta_2 \rfloor}$

Opérations	algébrique	trigonométrique
	$\underline{z} = \underline{z_1} + \underline{z_2} = a + c + j(c + d)$	*uniquement sous forme algébrique*
soustraction	$\underline{z} = \underline{z_1} - \underline{z_2} = a - c + j(c - d)$	
multiplication	$\underline{z} = \underline{z_1} \times \underline{z_2} = ac - bd + j(ad + bc)$	$\underline{z} = \underline{z_1} \times \underline{z_2} = \rho_1\rho_2^{\lfloor \theta_1 + \theta_2 \rfloor}$
Division	$\underline{z} = \frac{\underline{z_1}}{\underline{z_2}} = \frac{ac + bd + j(bc - ad)}{c^2 + d^2}$	$\underline{z} = \frac{\underline{z_1}}{\underline{z_2}} = \frac{\rho_1}{\rho_2}^{\lfloor \theta_1 - \theta_2 \rfloor}$
Puissance	$\underline{z} = (\underline{z_1})^n = (a + jb)^n$ il faut développer (voir Triangle de Pascal)	$\underline{z} = (\underline{z_1})^n = \left(\rho_1^{\lfloor \theta_1 \rfloor}\right)^n = \rho_1^{n\lfloor n \times \theta_1 \rfloor}$

Si $a = c$ et $b = -d$, $\underline{Z}_2$ est le conjugué de $\underline{Z}_1$, et il est noté $\underline{Z}_2 = \underline{Z}_1^*$. On a également $\rho_1 = \rho_2$ et $\theta_1 = -\theta_2$.

$\underline{Z}_1 + \underline{Z}_1^* = 2a$: nombre réel

$\underline{Z}_1 - \underline{Z}_1^* = 2jb$: nombre imaginaire

$\underline{Z}_1 \times \underline{Z}_1^* = a^2 + b^2 = \rho^2$: nombre réel

$\frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1^*} = 1^{\lfloor 2\theta \rfloor}$

Formule de Moivre : $(\cos\theta + j\sin\theta)^n = \cos(n\theta) + j\sin(n\theta)$

$$e^{jt} = \cos t + j\sin t \quad \text{et son complexe conjugué} \quad e^{-jt} = \cos t - j\sin t$$

$$\cos t = \frac{e^{jt} + e^{-jt}}{2} \qquad \sin t = \frac{e^{jt} - e^{-jt}}{2j}$$

Fonction Hyperbolique

sinus hyperbolique

$$\sinh t = \frac{e^t - e^{-t}}{2}$$

cosinus hyperbolique

$$\cosh t = \frac{e^t + e^{-t}}{2}$$

tangente hyperbolique

$$\tanh t = \frac{\sinh t}{\cosh t} = \frac{e^t - e^{-t}}{e^t + e^{-t}}$$

Fonction intéressante pour modéliser un comparateur (fonction binaire).

Dérivées

Par simplification, on écrit : $\frac{f(x)}{dx} = f(x)'$

$(a \cdot x^n)' = a \cdot (x^n)' = n \cdot a \cdot x^{n-1}$

$\left((ax)^n\right)' = n \cdot (ax)^{n-1} \cdot a = n \cdot a^n \cdot x^{n-1}$

$\ln(x)' = \frac{1}{x}$

$\ln(u)' = \frac{u'}{u}$ $\ln(ax)' = \frac{a}{ax} = \frac{1}{x}$

$(e^x)' = e^x$

$(e^u)' = u' \cdot e^u$ $(e^{ax})' = a \cdot e^{ax}$

$\left(\sqrt{x}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$\left(\sqrt{u}\right)' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$ $\left(\sqrt{ax}\right)' = \frac{a}{2\sqrt{ax}}$

$\cos'(x) = -\sin(x)$

$\cos'(ax+b) = -a\sin(ax+b)$

$\sin'(x) = +\cos(x)$

$\sin'(ax+b) = a\cos(ax+b)$

$\tan'(x) = 1 + \tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$

$\tan'(ax) = a \cdot \left(1 + \tan^2(ax)\right) = \frac{a}{\cos^2(ax)}$

$\arccos'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$

$\arcsin'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$\arctan'(x) = \frac{1}{1+x^2}$

$\arctan'(u) = \frac{u'}{1+u^2}$

$(u+v)' = u' + v'$

$\left(f(x) + g(x)\right)' = f(x)' + g(x)'$

$(uv)' = u'v + v'u$

$\left(f(x) \times g(x)\right)' = f(x)' \times g(x) + g(x)' \times f(x)$

$(uv)'' = u''v + 2u'v' + uv''$

Formule de Leibniz : $(uv)^n = u^n v + C_n^1 u^{n-1} v' + C_n^2 u^{n-2} v'' + \ldots + uv^n$

Pour le calcul des coefficients, voir Triangle de Pascal ou Dénombrement

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$

$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f(x)' \times g(x) - g(x)' \times f(x)}{g(x)^2}$

$\left(\frac{1}{v}\right)' = \frac{-v'}{v^2}$

$\left(\frac{1}{g(x)}\right)' = \frac{-g(x)'}{g(x)^2}$

Intégrales

Intégration par parties : $\int_a^b f'(t)g(t)dt = \left[f(t) \cdot g(t)\right]_a^b - \int_a^b f(t)g'(t)dt$

Série entière

Développement en série entière au voisinage de 0

$$e^t = 1 + t + \frac{t^2}{2!} + \frac{t^3}{3!} + \frac{t^4}{4!} + \frac{t^5}{5!} + \ldots + \frac{t^n}{n!} + \ldots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^n}{n!}$$

$$a^t = e^{t \ln a} = 1 + (t \ln a) + \frac{(t \ln a)^2}{2!} + \frac{(t \ln a)^3}{3!} + \frac{(t \ln a)^4}{4!} + \frac{(t \ln a)^5}{5!} + \ldots + \frac{(t \ln a)^n}{n!} + \ldots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(t \ln a)^n}{n!}$$

$$\frac{1}{1+t} = 1 - t + t^2 - t^3 + t^4 + \ldots + (-1)^n t^n + \ldots = \sum_{n=0}^{\infty} \left(-t^n\right)$$

$$\frac{1}{1-t} = 1 + t + t^2 + t^3 + t^4 + \ldots + t^n + \ldots = \sum_{n=0}^{\infty} t^n$$

$$\ln(1+t) = t - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} - \frac{t^4}{4} + \ldots + (-1)^{n-1} \frac{t^n}{n} + \ldots = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{t^n}{n}$$

$$\sin t = t - \frac{t^3}{3!} + \frac{t^5}{5!} + \ldots + (-1)^n \frac{t^{2n+1}}{(2n+1)!} + \ldots = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{t^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

$$\sinh t = t + \frac{t^3}{3!} + \frac{t^5}{5!} + \ldots + \frac{t^{2n+1}}{(2n+1)!} + \ldots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

$$\arctan t = t - \frac{t^3}{3} + \frac{t^5}{5} + \ldots + (-1)^n \frac{t^{2n+1}}{2n+1} + \ldots = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{t^{2n+1}}{2n+1}$$

$$\cos t = 1 - \frac{t^2}{2!} + \frac{t^4}{4!} + \ldots + (-1)^n \frac{t^{2n}}{(2n)!} + \ldots = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{t^{2n}}{(2n)!}$$

$$\cosh t = 1 + \frac{t^2}{2!} + \frac{t^4}{4!} + \ldots + \frac{t^{2n}}{(2n)!} + \ldots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^{2n}}{(2n)!}$$

$$(1+t)^\alpha = 1 + \alpha t + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!} t^2 + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{3!} t^3 + \ldots + \frac{\alpha(\alpha-1)\ldots(\alpha-n+1)}{n!} t^n + \ldots = \sum_{n=0}^{\alpha} \frac{\alpha!}{(\alpha-n)! \cdot n!} t^n$$

$$(x+y)^\alpha = x^\alpha + \alpha \cdot x^{\alpha-1} y + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!} x^{\alpha-2} y^2 + \ldots + \frac{\alpha(\alpha-1)\ldots(\alpha-n+1)}{n!} x^{\alpha-n} y^n + \ldots = \sum_{n=0}^{\alpha} \frac{\alpha!}{(\alpha-n)! \cdot n!} x^{\alpha-n} y^n$$

pour le calcul des coefficients pour α petit, voir Triangle de Pascal ou Dénombrement.

formule générale de développement en série entière au voisinage de a :

$$f(x) = f(a) + (x-a) f'(a) + \frac{(x-a)^2}{2!} f''(a) + \ldots + \frac{(x-a)^n}{n!} f^n(a) + \ldots + (x-a)^n \varepsilon(x-a)$$

Série de Fourier

Joseph FOURIER 1768 – 1830
Mathématicien français

Un signal périodique d'expression $y_{(t)}$ et de période T peut toujours être décomposé et cela d'une seule façon, en une somme de fonction de sinus et de cosinus dont les périodes sont des multiples de T. Ces séries sont théoriquement infiniment longues, mais dans la pratique, la décomposition peut être arrêtée après un petit nombre de termes sans en altérer le résultat.

$$y_{(t)} = a_0 + a_1 \cos \omega t + b_1 \sin \omega t + a_2 \cos 2\omega t + b_2 \sin 2\omega t + ... + a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t + ...$$

$$y_{(t)} = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t \right) \quad = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\alpha_n \sin\left(n\omega t + \varphi_n \right) \right) \quad = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\alpha_n \cos\left(n\omega t + \theta_n \right) \right)$$

avec $\alpha_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$ et $\theta = -\arctan\frac{b}{a}$ ou $\varphi = \arctan\frac{a}{b}$

les coefficients a_0, a_n et b_n sont calculés avec

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T y_{(t)} dt$$ représente la valeur moyenne du signal

$$a_n = \frac{2}{T}\int_0^T y_{(t)} \cos n\omega t \quad dt \qquad\qquad b_n = \frac{2}{T}\int_0^T y_{(t)} \sin n\omega t \quad dt$$

Il est aussi possible d'écrire une série de Fourier avec les notations complexes, ce qui donne :

$$y_{(t)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(C_n e^{jn\omega t} \right)$$

les coefficients C_n sont calculés avec

$$C_n = \frac{1}{T}\int_0^T y_{(t)} e^{-jn\omega t} dt$$

C_n et C_{-n} sont deux complexes conjugués, que l'on note $C_{-n} = C_n^*$.

$|C_n| = |C_{-n}|$ et $\theta_n = -\theta_{-n}$.

Le spectre d'amplitude est donné par le module de C_n, il s'agit d'une fonction paire et le spectre de phase est donné par l'argument de C_n, il s'agit d'une fonction impaire.
Comme l'indice *n* ne prend que des valeurs entières, le spectre d'un signal périodique $y_{(t)}$ n'existe que pour un ensemble de fréquences nf_0. Les spectres sont donc formés de raies ou de peignes de dirac.

Transformée de Fourier

Pour les signaux apériodiques, on ne peut plus parler de série de Fourier mais de transformée de Fourier.

$$Y_{(f)} = \int_{-\infty}^{+\infty} y_{(t)} e^{-j\omega t} dt$$

Calcul de la transformée de Fourier Inverse avec

$$y_{(t)} = \int_{-\infty}^{+\infty} Y_{(f)} e^{j\omega t} df \qquad\qquad y_{(t)} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} Y_{(\omega)} e^{j\omega t} d\omega$$

Le spectre d'amplitude est donné par le module de $Y_{(f)}$ et le spectre de phase est donné par l'argument de $Y_{(f)}$. Il s'agit d'une fonction continue, les spectres sont donc continus.

Transformée de Laplace

La relation générale qui permet de passer d'une fonction du temps f(t) définie pour toutes valeurs de t>0 à une fonction de Laplace notée F(p) est $F_{(P)} = \int_{0+}^{+\infty} f(t)\cdot e^{-pt}dt$ $\mathcal{L}$[f(t)] = F(p)

Propriétés :

Linéarité : $\mathcal{L}[\alpha f(t)+\beta g(t)] = \alpha\mathcal{L}[f(t)]+\beta\mathcal{L}[g(t)] = \alpha F(p) + \beta G(p)$

Dérivation : $\mathcal{L}\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = pF_{(p)} - f_{(0^+)}$ $\mathcal{L}\left[\frac{d^2f(t)}{dt^2}\right] = p^2F_{(p)} - pf_{(0^+)} - f'_{(0+)}$

$\mathcal{L}\left[\frac{d^3f(t)}{dt^3}\right] = p^3F_{(p)} - p^2f_{(0^+)} - pf'_{(0+)} - f''_{(0+)}$

Intégration : $\mathcal{L}\left[\int_0^t f(t)dt\right] = \frac{1}{p}F_{(p)}$

Translation : $\mathcal{L}[f(t-\tau)] = e^{-\tau p}F_{(p)}$ avec τ > 0 (fonction retard)

Homothétie : $\mathcal{L}[f(\tfrac{t}{a})] = aF_{(ap)}$ avec a > 0 (car la fonction est causale)

Multiplication par t : $\mathcal{L}[t\times f(t)] = -F'_{(p)} = -\frac{dF_{(p)}}{dp}$

Produit de convolution : $\mathcal{L}[h(t)*e(t)] = \mathcal{L}\left[\int_0^t h(\tau)\cdot e(t-\tau)d\tau\right] = H_{(p)}\times E_{(p)}$

Fonction périodique :

Soit g(t) une fonction nulle en dehors de l'intervalle [0..T] et G(p) sa transformée de Laplace.
Soit f(t) une fonction causale, périodique de période T et se confondant sur [0..T] avec g(t).

La transformée de Laplace de f(t) est donnée par $F_{(p)} = \frac{G_{(p)}}{1-e^{-Tp}}$

f(t) (pour t > 0)	F(p)	f(t) (pour t > 0)	F(p)
1 fonction échelon	$\frac{1}{p}$		
t	$\frac{1}{p^2}$	$\frac{t^n}{n!}$	$\frac{1}{p^{n+1}}$ forme générale
$A\cdot t$	$A\cdot\frac{1}{p^2}$	e^{-at}	$\frac{1}{p+a}$
$t\cdot e^{-at}$	$\frac{1}{(p+a)^2}$	$\frac{t^n}{n!}\cdot e^{-at}$	$\frac{1}{(p+a)^{n+1}}$ forme générale
$\sin\omega t$	$\frac{\omega}{p^2+\omega^2} = \frac{1}{2j}\left(\frac{1}{p-j\omega} - \frac{1}{p+j\omega}\right)$	$\cos\omega t$	$\frac{p}{p^2+\omega^2} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{p+j\omega} + \frac{1}{p-j\omega}\right)$
$e^{-at}\cdot\sin\omega t$	$\frac{\omega}{(p+a)^2+\omega^2}$	$e^{-at}\cdot\cos\omega t$	$\frac{p+a}{(p+a)^2+\omega^2}$
$\sin(\omega t+\theta)$	$\frac{p\sin\theta+\omega\cos\theta}{p^2+\omega^2}$	$\cos(\omega t+\theta)$	$\frac{p\cos\theta-\omega\sin\theta}{p^2+\omega^2}$
$\sinh\omega t$	$\frac{\omega}{p^2-\omega^2}$	$\cosh\omega t$	$\frac{p}{p^2-\omega^2}$
$\delta(t)$ impulsion de dirac	1	$\frac{d^n\delta(t)}{dt^n}$	p^n
$\delta(t-\tau)$	$e^{-\tau p}$	$\frac{1}{\sqrt{t}}$	$\sqrt{\frac{\pi}{p}}$
$\lvert\sin t\rvert$	$\frac{\coth(\frac{\pi}{2}p)}{p^2+1}$	$\frac{1-e^{-t}}{t}$	$\ln\left\lvert\frac{p+1}{p}\right\rvert$